



Անրի Պուանկարե Մաթեմատիկական ստեղծագործություն

Այս զեկուցումը ֆրանսիացի մաթեմատիկոս-ֆիզիկոս
Անրի Պուանկարեն կարդացել է Փարիզի Հոգեբանական
ընկերությունում: Գևորգ Հակոբյանը ռուսերենից
թարգմանել է «Գիտություն և մեթոդ» գրքից:

Դպիր



Հոգեբանի համար մաթեմատիկական ստեղծագործության հարցը պետք է կենդանի հետաքրքրություն առաջացնի: Այդ գործողության ընթացքում մարդկային միտքը, ըստ երևույթին, ամենից քիչն է վերցնում արտաքին աշխարհից. այստեղ և՛ ազդեցության օբյեկտը, և՛ գործիքը նա ինքն է, ամեն դեպքում այդպես է թվում. այդ պատճառով, ուսումնասիրելով մաթեմատիկական մտքի պրոցեսը, իրավունք ունենք ակնկալելու, որ կթափանցենք մարդկային մտքի էության մեջ:

Սա վաղուց էր ընկալվել, և ահա, մի քանի ամիս առաջ պրոֆեսորներ Լեզանի և Ֆերի կողմից խմբագրվող «Մաթեմատիկական կրթություն» ամսագիրը հարցում նախաձեռնեց տարբեր մաթեմատիկոսների աշխատելու հնարների և մտքի սովորույթների վերաբերյալ: Բայց իմ հաղորդումը արդեն հիմնականում պատրաստ էր, երբ հրապարակվեցին այդ հարցումների արդյունքները, այնպես որ, ես չէի կարող դրանցից օգտվել: Միայն ասեմ, որ վկայությունների մեծ մասը հաստատեց իմ եզրակացությունները, չեմ ասում բոլորը, քանի որ երբ հարցը դրվում է ընդհանուր քվեարկության, չի կարելի սպասել պատասխանների միաձայնության:

I

Սկսենք մի փաստից, որը մեզ պետք է զարմացնի, կամ, ավելի ճիշտ, պետք է որ զարմացներ, եթե դրան վարժված չլինեինք: Ինչպե՞ս բացատրենք այն հանգամանքը, որ որոշ մարդիկ չեն հասկանում մաթեմատիկական դատողությունները: Եթե այդ դատողությունները հիմնվում են բոլոր նորմալ մտածողների կողմից ճանաչված տրամաբանության օրենքների վրա, եթե դրանց ակնհայտությունը հիմնվում է սկզբունքների վրա, որոնք բոլոր մարդկանց համար ընդհանուր են, և ոչ մի խելացի մարդ չի փորձի դրանք հերքել, ապա ինչպե՞ս է հնարավոր այդքան շատ մարդկանց գոյությունը, ովքեր անընդունակ են դրանց: Այն, որ ոչ բոլորն են ընդունակ ստեղծագործելու, բոլորովին զարմանալի չէ: Որ ոչ բոլորն են կարողանում հիշել մեկ անգամ արված ապացույցը, սրա հետ էլ կարելի է հաշտվել: Բայց որ ոչ բոլորն են կարողանում հասկանալ մաթեմատիկական դատողություններն այն պահին, երբ դրանք շարադրվում են՝ ահա, թե ինչն է զարմանացնում, երբ սկսում ես այս մասին մտածել: Ընդ որում, մեծամասնություն են մարդիկ, որ շատ դժվարությամբ են միայն կարողանում հետևել այդպիսի դատողություններին. սա անհերքելի փաստ է, և միջնակարգ դպրոցի ուսուցիչների փորձը, հավանաբար, սրան չի հակասի: Սա էլ դեռ քիչ է. ինչպե՞ս է հնարավոր մաթեմատիկական դատողությունների ժամանակ սխալվելը: Առողջ միտքը տրամաբանական սխալներ թույլ չի տալիս, սակայն երբեմն սուր միտք ունեցողները, որոնք անսխալ են ամենօրյա իրադրություններում

կատարվող դատողություններ անելիս, անկարող են դառնում հետևելու կամ անսխալ կրկնելու մաթեմատիկական ապացույցը, որը չնայած երկար է, բայց, ըստ էության, փոքր դատողությունների բազմություն է, որոնք բացարձակ նման են հեշտ ընկալվողներին: Արժե՞ արդյոք ավելացնել, որ լավ մաթեմատիկոսները ևս երբեմն անսխալական չեն:

Պատասխանն ինձ ակնհայտ է թվում: Պատկերացնենք եզրահանգումների երկար շղթա, որտեղ յուրաքանչյուրի եզրակացությունը հաջորդի համար պայման է. մենք ունակ ենք յուրաքանչյուր եզրահանգումը առանձին հասկանալու, և պայմանից եզրակացության անցնելիս սխալվելու վտանգ չկա: Բայց երկու պահերի, երբ առաջին անգամ հանդիպել ենք որևէ եզրահանգման եզրակացություն հանդիսացող նախադասության, և երբ նորից հանդիպում ենք դրան՝ որպես ուրիշ եզրահանգման պայման, երբեմն բավականին ժամանակ է անցնում, որի ընթացքում հանդիպում ենք շղթայի շատ հատվածների, և կարող է պատահել, որ այդ ընթացքում մենք կամ ամբողջովին մոռացած լինենք այդ նախադասությունը, կամ, որն ավելի վատ է, մոռացած լինենք դրա իմաստը: Այսպիսով, հնարավոր է, որ մենք այն փոխարինենք այլ, նրանից մի քիչ տարբեր նախադասությամբ կամ, պահպանելով դրա բառային ձևակերպումը, մի քիչ այլ իմաստ վերագրենք. երկու դեպքում էլ գուցե սխալվենք:

Հաճախ մաթեմատիկոսին հարկ է լինում բազմիցս օգտվելու որևէ կանոնից. առաջին անգամ նա, իհարկե, ապացուցում է դրա ճշմարտությունը. քանի դեռ այդ ապացույցը նրա հիշողության մեջ թարմ ու պարզ է, քանի դեռ նա ճշգրիտ պատկերացնում է այդ կանոնի իմաստը և ընդգրկման լայնությունը, նա դրա կիրառման ժամանակ սխալվելու վտանգ չունի: Բայց հետագայում, երբ մեր մաթեմատիկոսը շարունակում է կիրառել այդ կանոնը զուտ մեխանիկաբար, այդ դեպքում հիշողության որևէ թերություն կարող է հանգեցնել այդ կանոնի սխալ կիրառմանը: Այսպես, եթե դիտարկենք հասարակ, համարյա ծեծված օրինակ, մենք երբեմն սխալվում ենք հաշվի մեջ այն պատճառով, որ մոռացել ենք բազմապատկման աղյուսակը:

Այս տեսանկյունից՝ մաթեմատիկական հատուկ ունակությունը պետք պայմանավորված լինի շատ կայուն հիշողությամբ կամ ավելի շուտ՝ ուշադրության անսովոր լարվածությամբ: Այս հատկությունը կարելի է համեմատել թղթախաղում դուրս եկած քարտերը հիշելու կարողության, կամ, որ ավելի բարդ է, շախմատիստի կողմից մեծ թվով կոմբինացիաներ նախատեսելու և մտապահելու կարողության հետ: Այս տեսանկյունից՝ յուրաքանչյուր լավ մաթեմատիկոս պետք է նաև լավ շախմատիստ լիներ, և հակառակը. ինչպես նաև մաթեմատիկոսը պետք է ուժեղ լիներ թվային հաշվարկներում: Իհարկե, երբեմն այդպես պատահում է. այսպես, Գաուսը միաժամանակ հանճարեղ երկարաչափ էր և հմուտ ու վստահ հաշվարկող:

Բայց պատահում են նաև բացառություններ. թեև սխալվում են, ասելով «բացառություններ», քանի որ այդ դեպքում բացառություններն ավելի շատ կլինեն, քան կանոնին համապատասխանողները: Հակառակը, հենց Գաուսն է բացառություն: Իսկ ինչ վերաբերում է, օրինակ, անձամբ ինձ, ապա պետք է խոստովանեմ, որ առանց

սխալվելու չեն կարողանում գումարել: Նմանապես, ինձանից վատ շախմատիստ կատացվեր. ես, հնարավոր է, լավ կհաշվարկեի, որ այս քայլերն անելով՝ այսպիսի վտանգների կհանդիպեի, կվերլուծեի էլի ուրիշ տարբերակներ, որոնք նույնպես ինչ-որ պատճառներով կմերժեի, բայց ի վերջո, հավանաբար, կանեի արդեն դիտարկված մի քայլ, մոռանալով այն վտանգները, որ արդեն կանխատեսել էի:
Մի խոսքով, հիշողությունս վատը չէ, բայց բավարար չէ, որ լավ շախմատիստ դառնայի:

Իսկ ինչո՞ւ այն ինձ չի դավաճանում մաթեմատիկական բարդ դատողությունների ժամանակ, երբ շախմատիստների մեծամասնությունը գլուխը կկորցնեն: Ակնհայտ է՝ այն պատճառով, որ այս դեպքում իմ հիշողությանը ղեկավարում է դատողությունների ընդհանուր ընթացքը: Մաթեմատիկական ապացույցը ինչ-որ եզրահանգումների խառը կույտ չէ, եզրահանգումները դասավորված են որոշակի կարգով, ընդ որում տարրերի դասավորության այդ կարգն ավելի կարևոր է, քան իրենք տարրերը: Եթե զգացողություն ունեն (այսպես ասած՝ այդ կարգի ինտուիցիա), որ կարող եմ աչքի առաջ ունենալ բոլոր դատողությունները՝ որպես մի ամբողջություն, հարկ չկա վախենալու, որ կմոռանամ տարրերից որևէ մեկը. նրանցից յուրաքանչյուրը կգրավի իրեն հատկացված տեղը առանց իմ կողմից հիշողության որևէ լարման:
Այնուհետև, երբ կրկնում եմ յուրացրած ապացույցը, ինձ թվում է, որ ինքս էլ կարող էի այն հորինել. հնարավոր է, որ հաճախ դա միայն թվում է. բայց եթե ես այդքան ուժ չունեմ էլ այդ ապացույցը գտնելու, գոնե ամեն անգամ ստեղծում եմ այն, երբ կրկնելու հարկ է լինում:

Հասկանալի է, որ այդ զգացողությունը, մաթեմատիկական ինտուիցիայի այդ տեսակը, որի շնորհիվ կռահում ենք թաքնված հարաբերությունները և ներդաշնակությունները, չի կարող պատկանել բոլոր մարդկանց: Մի մասը չունի ոչ այդ նուրբ, դժվար գնահատելի զգացողությունը, ոչ հիշողության և ուշադրության միջին մակարդակ, և այդ դեպքում նրանք ի վիճակի չեն լինում հասկանալու փոքր-ինչ դժվար մաթեմատիկական տեսությունները: Մյուսները, ունեն այդ զգացողության ցածր աստիճան, բայց օժտված են եզակի հիշողությամբ և ուշադրությամբ մեծ կարողությամբ: Նրանք անգիր հիշում են մասնավոր դեպքերը՝ մեկը մյուսի ետևից, նրանք կարող են հասկանալ մաթեմատիկական տեսությունը և երբեմն նույնիսկ կիրառել, բայց նրանք ի վիճակի չեն ստեղծելու: Վերջապես, երրորդները, ովքեր շատ թե քիչ օժտված են այդ հատուկ ինտուիցիայով, որի մասին քիչ առաջ խոսում էի, ոչ միայն կարող են հասկանալ մաթեմատիկան, չունենալով հատուկ հիշողություն, այլև նրանք կարող են ստեղծագործող լինել, և նրանց նորի որոնումների հաջողությունը կախված է նրանց ինտուիցիայի զարգացածության աստիճանից:

Ի՞նչ է իրականում մաթեմատիկական ստեղծագործությունը: Այն արդեն հայտնի մաթեմատիկական օբյեկտների միջոցով նոր զուգորդությունների ստեղծումը չէ: Դա ով ասես կարող է անել. բայց այդ ճանապարհով գտնվող զուգորդությունների քանակն անվերջ է, և դրանց շատ մեծ մասը ոչ մի հետքերություն չէր ներկայացնի:

Ստեղծագործելն այն է հենց, որ անօգուտ զուգորդություններ չկազմես, այլ կազմես միայն նրանք, որոնք օգտակար են, իսկ դրանք շատ քիչ են: Ստեղծագործել՝ կնշանակի տարբերել, ընտրել:

Թե ինչպես կարելի այդ ընտությունը կատարել՝ ես բացատրել եմ մեկ այլ տեղում. մաթեմատիկայում ուսումնասիրության արժանի փաստերը նրանք են, որոնք ուրիշ փաստերին իրենց նմանությամբ կարող են հասցնել մաթեմատիկական օրենքի հայտնագործման, բոլորովին նման նրան, ինչպես փորձարարական փաստերը ֆիզիկայում հանգեցնում են ֆիզիկական օրենքի բացահայտմանը: Դրանք հենց այն փաստերն են, որոնք նմանություն են ցուցաբերում վաղուց հայտնի ուրիշ փաստերի հետ, բայց սխալմամբ համարվել են իրար օտար:

Այն զուգադրումներից, որոնք ընտրում ենք, ավելի հաճախ արդյունավետ են լինում նրանք, որոնց տարրերը վերցված են իրարից հեռու բնագավառներից: Չեմ ցանկանում ասել, որ նոր հայտնագործության համար բավական է մոտեցնել խորապես տարբերվող առարկաներ. նման ձևով կառուցված զուգադրումների մեծամասնությունը լրիվ անպտուղ կլինեն, բայց մի քանիսը, իհարկե, շատ քչերը, ամենաարգասավորն են լինում:

Ստեղծագործել, հայտնագործել, ինչպես ասացի, նշանակում է ընտրել. բայց, թերևս, այս բառը ամենահարմարը չէ: Այն պատկերացում է առաջացնում գնորդի մասին, ում առաջարկում են օրինակների մեծ քանակություն, և ընտրություն կատարելու համար նա մեկը մյուսի ետևից փորձում է դրանք: Այստեղ օրինակների քանակը այնքան մեծ կլինեն, որ ամբողջ կյանքն էլ չէր բավականացնի դրանք փորձելու համար: Բայց իրականում դա այլ կերպ է լինում: Հայտնագործողի մտքում անպտուղ զուգադրումներ չեն էլ ծնվում: Նրա գիտակցությունում հայտնվում են միայն իսկապես օգտակար զուգադրումները, և էլի մի քանիսը, որոնք նա, իհարկե, մի կողմ կթողնի, բայց դրանք էլ զուրկ չեն օգտակար զուգադրումների բնույթից: Ամեն ինչ այնպես է տեղի ունենում, կարծես հայտնագործողը երկրորդ աստիճանի քննող է, ով գործ ունի միայն այն թեկնածուների հետ, ովքեր հաջողությամբ անցել են առաջին փորձությունը:

Շարունակությունը

Ռուսերենից թարգմանեց **Գևորգ Հակոբյանը**

Մաթեմատիկական ստեղծագործություն

Ակիգրք

II

Մինչ այժմ ասածիս կարելի է հանգել դիտարկման կամ մաթեմատիկոսների աշխատանքները կարդալիս արվող եզրահանգման միջոցով, եթե միայն դա մտածելով

արվի:

Հիմա ժամանակն է ավելի խորը թափանցելու և տեսնելու, թե ինչ է տեղի ունենում հենց մաթեմատիկոսի հոգում: Լավագույնը, որ այդ նպատակով կարող եմ անել, կարծում եմ, սեփական հիշողություններիս դիմելն է: Ընդ որում, կսահմանափակվեմ միայն նրանով, որ կպատմեմ, թե ինչպես եմ իմ առաջին աշխատանքը գրել ֆուքսյան ֆունկցիաների վերաբերյալ: Ներողություն եմ խնդրում, որ ստիպված եմ լինելու մի քանի տեխնիկական արտահայտություններ օգտագործել, բայց դրանք ձեզ թող չվախեցնեն. դրանք հասկանալի իրականում ձեզ հարկավոր էլ չէ: Օրինակ, կասեմ՝ այսինչ թեորեմի ապացույցը գտել եմ այսինչ պայմաններում. թեորեմը շատ բարբարոսական անուն կարող է ունենալ, ինչը շատերիդ համար անհասկանալի կլինի, բայց դա ամենևին կարևոր չէ. հոգեբանին միայն պայմաններն ու իրավիճակներեն հետաքրքիր: Երկու շաբաթ շարունակ փորձում էի ապացուցել, որ անհնար է այնպիսի մի ֆունկցիայի գոյությունը, որը նման լինի նրանց, որոնք հետագայում անվանեցի ֆուքսյան ֆունկցիաներ. այդ ժամանակ ես շատ հեռու էի նրանից, ինչ ինձ հարկավոր էր: Ամեն օր նստում էի սեղանիս մոտ, մեկ-երկու ժամ փորձում էի տարբեր զուգադրումներ ու ոչ մի արդյունքի չէի հասնում: Բայց մի երեկո սովորությանս հակառակ մի բաժակ սև սուրճ խմեցի և չէի կարողանում քնել. բազմաթիվ գաղափարներ էին առաջանում. ինձ թվում էր, թե զգում եմ՝ ինչպես են դրանք բախվում իրար, մինչև որ նրանցից երկուսը կարծես կապվեցին, կազմեցին կայուն միավորում: Առավոտյան հաստատեցի Ֆուքսի ֆունկցիաների դասի գոյությունը, հատկապես նրանց, որ հիպերերկրաչափական շարքից են ստացվում. ինձ մնում էր միայն արդյունքները ձևակերպել, ինչն ընդամենը մի քանի ժամ խլեց:

Դրանից հետո ցանկանում էի այդ ֆունկցիաները ներկայացնել երկու շաբթերի քանորդի տեսքով. դա շատ կշռադատված և գիտակցված գաղափար էր. ես ղեկավարվում էի էլիպտական ֆունկցիաների նմանությամբ: Ինձ հարց էի տալիս՝ այդ շաբթերի հատկություններն ինչպիսին պետք է լինեն, եթե դրանք գոյություն ունեն, և առանց դժվարության հանգեցի իմ կողմից տեսա-ֆուքսյան ֆունկցիաներ կոչված շաբթերի ստեղծմանը:

Այդ ժամանակ Կաննից գնացի, որպեսզի մասնակցեմ Լեոնաբանական ինստիտուտի կազմակերպած երկրաբանական էքսկուրսիային: Ճանապարհային հոգսերի մեջ մոռացել էի իմ մաթեմատիկական աշխատանքների մասին. Կուբանս հասնելով՝ շրջագայության համար հանրակառք վերցրինք, և այն պահին, երբ հանրակառք բարձանալու համար ոտքս դնում էի աստիճանին, գլխումս միտք ծագեց (չնայած իմ նախորդ մտքերը ոչ մի կապ չունեին դրա հետ), որ այն ձևափոխությունները, որոնցից օգտվել էի ֆուքսյան ֆունկցիաները սահմանելիս, նույնական են ոչ էվկլիդեսյան երկրաչափության ձևափոխություններին: Այդ գաղափարը չստուգեցի, քանի որ հենց նստեցի հանրակառք, շարունակեցինք մեր կիստ թողած խոսակցությունը, այնուամենայնիվ ես միանգամից միանգամայն վստահություն զգացի գաղափարի ճշմարտացիության վերաբերյալ: Կանն վերադառնալով՝ ստուգեցի. գաղափարը ճիշտ դուրս եկավ: Դրանից հետո զբաղվեցի թվաբանության մի քանի հարցերով, ընդ որում

առանց նկատելի հաջողության. մտքովս էլ չէր անցնի, որ այդ հարցերը կարող են թեկուզ հեռավոր առնչություն ունենալ իմ նախորդ հետազոտությունների հետ: Անհաջողությունից ընկճված՝ որոշեցի մի քանի օր ծովի ափին անցկացնել և սկսեցի բոլորովին այլ հարցերի մասին մտածել: Մի անգամ, երբ թափառում էի մերձափյա լեռներում, գլխումս միտք ծագեց (էլի նույն բնորոշ հատկանիշներով՝ կարճություն, անսպասելիություն, դրա ճշմարիտ լինելու լրիվ վստահություն), որ անորոշ քառակուսային եռանդամների թվաբանական ձևափոխությունները նույնական են ոչ էվկլիդեսյան երկրաչափության ձևափոխություններին:

Կանն վերադառնալով, սկսեցի մտածել այդ գաղափարի մասին և մի քանի եզրահանգումներ կատարեցի. քառակուսային ձևերի օրինակն ինձ ցույց տվեց, որ բացի ֆուքսյան խմբերից, որոնք համապատասխանում էին հիպերերկրաչափական շարքին, գոյություն ունեն նաև ուրիշները. տեսա, որ դրանց նկատմամբ կարելի է կիրառել տեսա-ֆուքսյան շարքերի տեսությունը և, որ, հետևաբար, գոյություն ունեն ուրիշ ֆուքսյան ֆունկցիաներ, բացի նրանցից, որոնք առաջնում են հիպերերկրաչափական շարքից և որոնք ինձ հայտնի էին մինչ այդ: Հասկանալի է, որ նպատակադրվեցի կազմել բոլոր այդպիսի ֆունկցիաները. ճիշտ շրջափակում կազմակերպեցի և մեկը մյուսի ետևից գրավեցի բոլոր արտաքին բերդամասերը, բայց մեկը դեռ դիմադրում էր, դրա անկումը իր ետևից կբերեր ամբողջ ամբողջ անկումը: Բայց իմ բոլոր ջանքերը միայն հանգեցնում էին խորը համոզման, որ խնդիրը դժվար է. բայց դա էլ որոշակի նշանակություն ուներ: Այս ամբողջ աշխատանքը լրիվ գիտակցաբար էր կատարվում:

Այդ ժամանակ ստիպված էի Մոն-Վալերեն մեկնել, որտեղ պետք է զինվորական ծառայություն անցնեի. իհարկե ես կլանված էի ամենատարբեր գործերով: Մի անգամ զբոսայգով քայլելում էի, հանկարծ ինձ պատկերացավ ինձ զբաղեցնող խնդրի լուծումը: Այդ ժամանակ ես չխորացա այդ հարցի մեջ. դա արեցի զինվորական ծառայության ավարտից հետո: Իմ ձեռքին էին բոլոր անհրաժեշտ տվյալները, մնում էր միայն դրանք մեկտեղել և դասավորել համապատասխան կարգով: Հիմա ես մի անգամից, առանց որևէ ճիգի, գրեցի իմ վերջնական աշխատանքը:

III

Կսահմանափակվեմ այս մեկ օրինակով. դրանց քանակի ավելացումը անօգուտ կլիներ, շատ ուրիշ հետազոտությունների մասին ստիպված կլինեի կրկնել համարյա նույն բանը. «Մաթեմատիկական կրթություն» ամսագրի հարցաթերթիկին ուրիշ մաթեմատիկոսների տված պատասխանների դիտարկումն էլ միայն կհաստատեր ասվածը:

Ամենից առաջ՝ շշմեցնում է այդ հանկարծակի հայտնագործման բնույթը, անկասկածելիորեն վկայելով երկարատև նախնական ենթագիտակցական աշխատանքի մասին. մաթեմատիկական ստեղծագործության դեպքում այդ ոչ գիտակացական աշխատանքի դերն ինձ անվիճելի է թվում. դրա հետքերը կարելի է գտնել նաև ուրիշ դեպքերում, որտեղ այն ավելի քիչ ակնհայտ է: Հաճախ, երբ մտածում

ես ինչ-որ դժվար հարցի մասին, առաջին անգամ ոչ մի օգտակար բան չես կարողանում անել. հետո որոշ ժամանակ հանգստանալուց հետո, նորից ես նստում սեղանի առաջ: Առանց որևէ արդյունքի ևս կես ժամ է անցնում, և հանկարծ գլխումդ ծնվում է վճռորոշ գաղափարը: Կարելի է մտածել, որ գիտակցական աշխատանքը ավելի արգասավոր դարձավ այն պատճառով, որ ժամանակավորապես ընդհատվեց, և հանգիստը մտքին թարմություն և ուժ հաղորդեց: Բայց ավելի հավանական է, որ հանգստի այդ ժամանակը լցված է ոչ գիտակցական աշխատանքով, որի արդյունքը հետո է երևում մաթեմատիկոսին, ինչպես տեղի է ունեցել բերված օրինակներում. բայց այս դեպքում այդ բացահայտումը տեղի է ունեցել ոչ թե զբոսանքի կամ ճանապարհորդության ընթացքում, այլ գիտակցական աշխատանքի ընթացքում (իրականում՝ այդ աշխատանքից անկախ), որը թերևս բացում է պատրաստի ծալքերը. այս աշխատանքը կարծես խթանիչի դեր է կատարում, որը հանգստի ընթացքում ձեռք բերված, բայց գիտակցական շեմին մնացած արդյունքներին ստիպում է գիտակցականին հասանելի ձև ստանալ:

Այսպիսի ոչ գիտակցական աշխատանքի պայմանների մասին մի դիտարկում էլ կարելի է անել, հատկապես. այդ աշխատանքը հնարավոր է կամ գոնե պտղաբեր է միայն այն դեպքում, երբ դրան նախորդել է և հաջորդելու է գիտակցական աշխատանքի շրջան: Երբեք (և իմ բերած օրինակները բավարար են այդպիսի պնդում կատարելու համար) այդ հանկարծակի ներշնչանքները տեղի չեն ունենում առանց մի քանի օրվա նախնական կամային աշխատանքի, որոնք բոլորովին անօգտակար են թվում, այնպես, որ ամբողջ անցած ճանապարհին ի վերջո թվում է սխալական: Սակայն այդ ջանքերն իրականում այնքան էլ անպտուղ չեն, ինչպես թվում է. այդ նրանք են սկսել ոչ գիտակցականի մեքենան աշխատեցնել, որն առանց դրանց չէր աշխատի և ոչ մի արտադրանք էլ չէր տա:

Գիտակցական աշխատանքի երկրորդ փուլի անհրաժեշտությունն ավելի հասկանալի է դառնում: Պետք է այդ ոգեշնչման արդյունքները գործողության մեջ դնել, դրանցից հետևություններ բխեցնել, կարգի բերել, ապացույցներ կատարել, իսկ ամենից առաջ՝ դրանք ստուգել է պետք: Խոսել էի ներշնչանքին ուղեկցող բացարձակ արժանահավատության զգացողության մասին. բերված օրինակներում այդ զգացողությունն ինձ չխաբեց, և մեծ մասամբ այդպես է լինում, բայց պետք է զգուշանալ այն մտքից, որ միշտ է այդպես լինում. երբեմն այդ զգացողությունը խաբում է, չնայած այն այդ դեպքում էլ պակաս կարևոր չի թվում. սխալը երևում է այն ժամանակ, երբ փորձում ես տալ խիստ ապացույց: Դա, իմ դիտարկումներով, ավելի հաճախ տեղի ունենում այն մտքերի հետ, որոնք գլխումս հայտնվում են առավոտյան կամ երեկոյան, երբ անկողնում պառկած եմ կիսաքուն վիճակում:

IV

Փաստերն այսպիսին են. նրանք հանգեցնում են հետևյալ մտորումներին: Ոչ գիտակից, կամ ինչպես հաճախ ասում են նաև ենթագիտակցական «ես»-ը մաթեմատիկական ստեղծագործության մեջ առաջին կարևորության դեր ունի, սա պարզ երևում է

նախորդից: Բայց այդ ենթագիտակցական «ես»-ը սովորաբար համարում են լրիվ ինքնաշխատ: Այնինչ տեսանք, որ մաթեմատիկական աշխատանքը պարզ մեխանիկական աշխատանք չէ, այն չի կարելի վստահել որևէ մեքենայի, որքան էլ այն կատարյալ լինի: Հարցը միայն այն չէ, որ կիրառվեն հայտնի կանոններ և ստեղծվեն որքան հնարավոր է շատ զուգորդումներ՝ որոշակի հաստատված կանոններով: Այդ եղանակով ստացված զուգորդումները անհավանական շատ կլինեին, բայց անօգուտ և միայն կխանգարեին: Իսկական ստեղծագործական աշխատանքն այդ զուգորդումների մեջ ընտրություն կատարելն է՝ բացառելով նրանք, որոնք անօգուտ են, կամ, նույնիսկ, այդպիսի անօգուտ զուգորդումներ ստեղծելու աշխատանքից ազատվելը:

Բայց այդ ընտրությունը ղեկավարող կանոնները շատ նուրբ են, համարյա հնարավոր չէ բառերով նկարագրել. դրանք զգացվում են, բայց վատ են տրվում ձևակերպումների. հնարավոր է այդ իրավիճակում պատկերցնել այնպիսի մադ, որը կկարողանա դրանք մեխանիկորեն մադով անցկացնել:

Այդ դեպքում ճշմարտանման է թվում այսպիսի վարկածը. ենթագիտակցական «ես»-ը բոլորովին ավելի «ստորադաս» չէ, քան գիտակցական «ես»-ը, այն ամեննին բացարձակ մեխանիկական բնույթ չունի, բայց ընդունակ է ճանաչելու, օժտված է տակտի զգացողությամբ, նրբաճաշակությամբ, նա կարողանում է ընտրել և կռահել: Ի՛նչ խոսք: Նա կարողանում է ավելի լավ կռահել, քան գիտակցական «ես»-ը, քանի որ նրան հաջողվում է այն, ինչի առաջ մյուս «ես»-ը անկարող է: Մի խոսքով, ենթագիտակցական «ես»-ն ավելի բարձր չէ՞, քան գիտակցական «ես»-ը: Այս հարցի կարևորությունը ձեզ հասկանալի է: Մոտ երկու ամիս առաջ կարդացած դասախոսությունում Բուտրոն ցույց տվեց, թե ինչպես են նույն հարցին հանգեցնում բոլորովին այլ հանգամանքներ, և ինչ հետևանքների կհանգեցնի դրական պատասխանը:

Հանգեցնո՞ւմ են մեզ դրական պատասխանի այն փաստերը, որոնք ես հենց նոր շարադրեցի: Ինչն ինձ է վերաբերում, ապա ես այդպիսի պատասխանին այդքան էլ լուրջ չէի մոտենա: Նորից դիտարկենք փաստերը և տեսնենք, թե դրանք արդյո՞ք այլ բացատրության հնարավորություն չեն տալիս:

Անկասկած է, որ այն զուգորդումները, որոնք մտքում հայտնվում են ինչ-որ հանկարծակի պայծառացման պահին, ինչը վրա է հասնում շատ թե քիչ երկարատև ոչ գիտակցական փուլից հետո, ընդհանուր առմամբ օգտակար են և արգասաբեր՝ լինելով, հավանաբար, առաջին ընտրության արդյունքներ: Բայց հետևո՞ւմ է այստեղից, որ ենթագիտակցական «ես»-ը, որը կռահում է նուրբ ինտուիցիայով, որ այդ զուգորդումները օգտակար կլինեն, միայն այդ զուգորդումներն է կառուցել, թե՛ հնարավոր է, որ նա էլի շատ զուգորդումներ է կառուցել, որոնք որևէ հետաքրքրություն չեն ներկայացրել և այդ պատճառով չեն անցել գիտակցականի շեմը:

Այս երկրորդ տեսանկյունից բոլոր զուգորդումները ստեղծվում են ենթագիտակցական «ես»-ի մեքենայականի շնորհիվ, բայց միայն նրանք են թափանցում գիտակցականի

դաշտը, որոնք կարող են հետաքրքիր լինել: Եվ դա ավելի խորհրդավոր է թվում: Ի՞նչն է պատճառը, որ մեր ոչ գիտակցական գործունեության հազարավոր արդյունքների մի մասը կարողանում է անցնել գիտակցականի շեմը, իսկ մի մասը՝ ոչ: Այդպիսի արտոնությունը պատահակա՞ն է տրվում: Ակնհայտ է՝ ոչ. օրինակ՝ մեր զգայարանների գրգիռներից միայն ամենաինտենսիվներն են մեր ուշադրությունը գրավում, եթե իհարկե այն չի գրավվում ուրիշ պատճառներով: Ընդհանրապես, չգիտակցված երևույթներից արտոնություն, այսինքն՝ գիտակցված դառնալու կարողություն ունեցող դառնում են նրանք, որոնք ուղղակի կամ ոչ ուղղակի ամենամեծ ազդեցությունն են ցուցաբերում ընկալելու մեր կարողության վրա:

Կարող է տարօրինակ թվալ, որ մաթեմատիկական ապացույցների վերաբերյալ, որոնք, ըստ երևույթին, միայն մտածողության հետ գործ ունեն, խոսեցի ընկալելու մասին: Բայց սա տարօրինակ համարելը կնշանակի մոռանալ մաթեմատիկայում գեղեցիկի մասին, թվերի և ձևերի ներդաշնակության մասին, երկրաչափական կատարելության մասին: Բոլոր իսկական մաթեմատիկոսներին ծանոթ է գեղագիտական զգացողությունը: Բայց այստեղ մենք արդեն զգայական ընկալման ոլորտում ենք:

Հատկապես մաթեմատիկական ո՞ր առարկաներն ենք մենք անվանում գեղեցիկ և կատարյալ, հատկապես ո՞ր առարկաներն են կարողանում մեզանում գեղագիտական զգացմունքներ առաջացնել: Նրանք, որոնց տարրերը այնքան համահունչ են դասավորված, որ միտքը առանց դժվարության կարող է ընդգրկել ամբողջը՝ միևնույն ժամանակ թափանցելով մանրուքների մեջ: Այս ներդաշնակությունը միաժամանակ բավարարում է մեր գեղագիտական պահանջները և օգնություն է մտքին, ինչին այն աջակցում և ղեկավարում է: Միևնույն ժամանակ, տալով ճիշտ դասավորված ամբողջի պատկերը, այն մեզանում առաջացնում է մաթեմատիկական օրենքի կանխազգացում: Չէ՞ որ արդեն տեսել ենք, որ մաթեմատիկական միայն այն փաստերն են արժանի մեր ուշադրությանը և կարող են օգտակար լինել, որոնք կարող են հասցնել մաթեմատիկական օրենքի հայտնագործման: Այսպիսով, հանգում ենք հետևյալ եզրակացության. օգտակար զուգադրումները հենց ամենագեղեցիկ զուգադրումներն են, այսինքն՝ նրանք, որոնք ամենաշատը կարող են բավարարել մասնագետի գեղագիտական զգացմունքները, ինչը ծանոթ է բոլոր մաթեմատիկոսներին, բայց ինչը այնքան անծանոթ է ոչ մասնագետին, որ դրա մասին հիշատակումը ժպիտ է առաջացնում նրա մոտ:

Այդ դեպքում ի՞նչ է ստացվում: Այն բազմաթիվ զուգորդումներից, որոնք ստեղծում է իմ կույր ենթագիտակցական «ես»-ը, համարյա բոլորը զուրկ են լինում հետաքրքրությունից և օգտակարությունից, և հենց այդ պատճառով էլ ոչ մի ազդեցություն չեն թողնում գեղագիտական զգացողության վրա, և գիտակցությունը դրանց մասին երբեք էլ չի իմանում. դրանց մեջ միայն մի քանիսն են ներդաշնակ լինում, հետևաբար միաժամանակ նաև օգտակար և գեղեցիկ, նրանք կարողանում են արթնացնել մաթեմատիկոսի այն հատուկ զգայունությունը, որի մասին քիչ առաջ ասացի. վերջինս մեկ անգամ արթնացած լինելով, իր կողմից, մեր ուշադրությունը կգրավի դեպի այդ

զուգորդումները և դրանով նրանց հնարավորություն կտա անցնելու գիտակցականի շեմը:

Բայց սա ավելին չէ, քան վարկածը. ահա դիտարկում, որը խոսում է նրա օգտին. երբ մաթեմատիկոսի միտքը հանկարծակի պայծառանում է, ապա հիմնականում այն նրան չի խաբում. բայց երբեմն պատահում է, ինչպես արդեն ասացի, որ այդպես գլխում ծագած մտքերը չեն դիմանում ստուգման գործողություններին. նկատված է, որ եթե այդպիսի սխալ գաղափարը ճիշտ լիներ, այն հաճելի կլիներ մաթեմատիկական գեղեցկության մեր բնագծին:

Այսպիսով, հենց այդ հատուկ գեղագիտական զգացողությունն է խաղում այն նուրբ չափանիշի դերը, որի մասին վերևում ասացի. դրա շնորհիվ պարզ է դառնում և այն, որ մարդը, ով զուրկ է այդ զգացողությունից, երբեք չի կարող ստեղծագործող լինել:

V

Սակայն այդպիսի բացատրությունը չի վերացնում բոլոր դժվարությունները. գիտակցական «ես»-ը շատ սահմանափակ է. ինչ վերաբերում է ենթագիտակցական «ես»-ին, ապա նրա սահմանները մեզ հայտնի չեն, և չկա ոչ մի անբնական բան այն ենթադրությունում, որ նա ոչ մեծ ժամանակահատվածում կարող է ստեղծել ավելի շատ զուգորդումներ, քան կարող է ընկալել մեր գիտակցական էությունը ամբողջ կյանքի ընթացքում: Սակայն այդ սահմանները գոյություն ունեն. այդ դեպքում ճշմարտանման է արդյո՞ք, որ այդ ենթագիտակցական «ես»-ը կարող է կազմել բոլոր հնարավոր զուգորդումները, որոնց քանակը վեր է երևակայությունից: Այնուամենայիվ, դա անհրաժեշտ է թվում, քանի որ, եթե նա ստեղծի միայն այդ զուգորդումների մի մասը և այն էլ պատահականորեն, ապա շատ քիչ կլինի այն բանի հնարավորությունը, որ դրանց մեջ կլինի հաջող զուգորդում, այսինքն՝ այն, ինչը պետք է գտնել:

Բայց միգուցե բացատրությունը պետք է փնտրել գիտակցական աշխատանքի այն փուլում, որը միշտ նախորդում է արդյունավետ ոչ գիտակցական աշխատանքին: Թույլ տվեք կոպիտ համեմատություն անել: Մեր ապագա զուգորդումների բոլոր տարրերը պատկերացնենք էպիկուրի ատոմների նման կեռիկաձև: Մտքի բացարձակ անգործության փուլում այդ ատոմները անշարժ են, կարծես պատից կախված լինեն. այդ բացարձակ հանգիստը կարող է անվերջ շարունակվել, և այդ ընթացքում ատոմները ոչ մի անգամ իրար չեն մոտենա, և, հետևաբար, ոչ մի զուգադրում չի իրականանա:

Դրան հակառակ, թվացյալ հանգստի և ոչ գիտակցական աշխատանքի փուլում ատոմներից մի քանիսը պոկվում են պատից և սկսում են շարժվել: Նրանք, մլակների երամի, կամ, եթե ավելի գիտական եք ցանկանում, գազերի կինետիկ տեսության մեջ գազի մոլեկուլների նման, տարբեր ուղղություններով թափառում են այն տարածությունում, որտեղ սահմանափակված են: Այդ ժամանակ նրանց բախումները կարող են հանգեցնել նոր զուգորդումների կազմավորման:

Այդ դեպքում ո՞րն է նախնական գիտակցական աշխատանքի դերը: Ակնհայտ է, որ այն մի քանի ատոմների պատից պոկել և շարժման մեջ դնելն է: Երբ մենք, տարբեր ձևերով փորձել ենք այդ բոլոր տարրերը մի տեղ հավաքել, բայց բավարար համադրություն չենք ստանում, այդ ժամանակ հակված ենք լինում մերժել այդպիսի աշխատանքի նշանակությունը: Մինչդեռ գրգռված ատոմները, որոնք շարժման մեջ էինք դրել մեր կամքով, չեն վերադառնում իրենց սկզբնական դիրքերին: Նրանք շարունակում են, հիմա արդեն ազատորեն, իրենց թափառումները:

Բայց մեր կամքը դրանք պատահականորեն չէր ընտրել, նա որոշակի նպատակ էր հետապնդել, այնպես որ շարժման մեջ էին դրվել ոչ թե ինչ-որ ատոմներ, այլ նրանք, որոնցից որոշակի հույսով կարելի է փնտրվող լուծումը սպասել: Շարժման մեջ դրվելով՝ այդ ատոմները սկսում են բախվել իրար կամ հանգստի վիճակում գտնվող մյուս ատոմներին, ինչն էլ հանգեցնում է նոր զուգորդումների առաջացման: Մի անգամ էլ եմ ներողություն խնդրում, որ իմ համեմատությունը բավականին կոպիտ է, բայց միտքս հասկանալի դարձնելու համար այլ միջոց չեմ գտնում:

Ամեն դեպքում, միայն այն զուգորդումների կազմավորումն է առավել հավանական, որոնց տարրերից գոնե մեկը մեր կամքով ազատ ընտրված ատոմներից է: Ակնհայտ է, որ հենց դրանց մեջ է այն զուգորդումը, որին քիչ առաջ հաջողված անվանեցի: Հնարավոր է, որ այստեղ հնարավորություն ունենք մեղմացնելու այն, ինչը պարադոքսային էր թվում սկզբնական վարկածում:

Ուրիշ դիտարկում: Երբեք չի պատահում, որ ոչ գիտակցական աշխատանքը տա որոշակի կանոններ կիրառող երկարատև հաշվումներ պահանջող աշխատանքի պատրաստի արդյունը: Թվում էր, թե ենթագիտակցական բացարձակ «ես»-ը պետք է կարող լիներ հատկապես այդ տեսակ աշխատանք անելու, որը որոշ իմաստով մաքուր մեխանիկական աշխատանք է: Թվում էր, թե երեկոյան ինչ-որ արտադրյալի արտադրիչների մասին մտածելով, կարելի էր հույս ունենալ, որ առավոտյան արթնանալով կգտնենք պատրաստի արտադրյալը, կամ, այլ կերպ, որ հանրահաշվական հաշվարկները, օրինակ ստուգումը, կարող է կատարվել առանց գիտակցականի: Բայց, ինչպես դիտարկումները ցույց են տալիս, ոչ մի նման բան տեղի չի ունենում:

Այդպիսի ներշնչանքից, որը ոչ գիտակցական աշխատանքի արդյունք է, կարելի սպասել միայն սկզբնական կետը նման հաշվարկների համար. բուն հաշվարկները ստիպված ենք կատարել գիտակցական աշխատանքի երկրորդ փուլում, որը գալիս է ներշնչանքից հետո և որի ընթացքում ստուգվում են այդ ներշնչանքի արդյունքները և դրանցից եզրակացություններ են անում: Այդ հաշվարկների կանոններն աչքի են ընկնում բարդությամբ և խստությամբ. դրանք պահանջում են կարգապահություն, ուշադրություն, կամքի կիրառում և հետևաբար, գիտակցություն: Ենթագիտակցական «ես»-ում, սրան հակառակ, իշխում է այն, ինչը ազատություն կանվանեի, եթե միայն կարելի է այդ անվանումը տալ կարգապահության պարզ բացակայությանը և անկարգավորվածությանը: Հենց այդ անկարգավորվածությունն է հնարավոր դարձնում անսպասելի միացումների առաջացումը:

Վերջին դիտողություն էլ անեն: Վերևում շարադրելով իմ սեփական որոշ դիտարկումներ՝ պատմեցի մի անքուն գիշերվա մասին, երբ ես աշխատել էի իմ կամքից անկախ. այդպիսի դեպքերը եզակի չեն, և դրա համար պարտադիր չէ, որ ուղեղային նորմալ աշխատանքը հրահրվի ինչ-որ ֆիզիկական գրգռիչի միջոցով, ինչպես եղել էր իմ նկարագրած դեպքում: Եվ այդ դեպքերում թվում է, թե ինքդ ներկա ես լինում քո ոչ գիտակցական աշխատանքին, որը, այսպիսով, մասամբ հասանելի եղավ գերլարված գիտակցությանը, բայց դրա պատճառով ամենևին չփոխեց իր բնույթը: Այդ ժամանակ ընդհանուր գծերով քեզ հաշիվ ես տալիս, թե որն է երկու մեխանիզմների կամ երկու «ես»-երի աշխատանքի մեթոդների տարբերությունը: Հոգեբանական դիտարկումները, որոնք ես, այսպիսով, հնարավորություն եմ ունեցել անելու, հաստատում են այն հայացքները, որոնք ես ներկայացրեցի:

Իսկ հաստատման կարիք նրանք իհարկե ունեն, քանի որ, հակառակ ամեն ինչի, նրանք մնում են վարկածային. սակայն հարցը այնքան հետաքրքրական է, որ չեմ զղջում, որ ներկայացրեցի իմ հայացքները: